

参赛队员姓名：朱敏轩 李仕嘉 陆致融

中学：南京市金陵中学

省份：江苏省

国家/地区：中国

指导教师姓名：王思慧 熊波 张启军

论文题目：摇摆节能不是企鹅的独门绝技

## 丘成桐中学科学奖-学术诚信声明

本参赛团队郑重声明：

1. 参赛团队提交的参赛队员和指导老师信息完整且属实无误。
2. 所提交的研究报告是在指导老师指导下进行的研究工作和取得的研究成果。
3. 尽本团队所知，除文中加以标注和致谢中所罗列的内容外，研究中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，不存在代写或其他违规行为。

以上，若有不实之处，本人愿意承担一切相关责任，并服从丘成桐中学科学奖组织委员会的裁决。

参赛学生（签字）：

翁敏村 陆致融 李俊奇

本校指导老师（签字）：

翁敏村

学校名称（加盖学校或教务处公章）

外校指导老师（签字）：

王恩志

熊波

单位名称（加盖单位公章）

浙江大学信息与电子工程学院

（单位盖章）

2021年9月9日

# 摇摆节能不是企鹅的独门绝技

朱敏轩 李仕嘉 陆致融

南京市金陵中学

## 摘要:

企鹅走起路来,摇摇晃晃显得非常可爱。但在可爱的表面下,摇晃其实还存在着深刻的运动学意义。本论文以人和企鹅作为样本,对比研究了这种摇晃模式产生的机理,及其对于运动的意义。

首先通过预实验,我们发现了企鹅运动可以分解为两种基本的模式:一种是左右摆动,一种是绕轴向前转动。在此基础上,我们通过控制变量,明确了导致企鹅有两个方向转动的原因分别为:第一,企鹅的小短腿,带来了左右摆动;第二,固定的双腿间距,带来了绕轴向前转动。

随后,根据预实验的结果,我们将企鹅简化为一个长方形刚体,建立了完备的刚体运动学理论模型,解析得到其不同参数下对应的运动模式。在此基础上,我们定量分析了其运动过程中的诸多参数,包括轨迹,角速度,动能,势能,总能量,以及能量回收率和能量消耗率等复杂参数。

为了验证理论的正确性,我们自己搭建了合理的视频拍摄实验方案。利用手绘的网格盘和 iPhone 手机等设备,我们完成了高效地数据采集,并将其导入进 Tracker 软件进行数据分析。通过轨迹线/角速度和理论模型的对比,我们验证了刚体理论模型较为准确;通过控制变量实验与理论模型的对比,我们明确了摇晃对于运动的意义在于两点:适当的晃动不仅能提高能量回收率,还可以降低能量消耗率,从而为生物的运动节省能量。

最后,我们将这种运动模式进行推广,使其适用于任意的二足动物的行走模型。我们发现:第一:体型越矮胖的动物/人需要摆动更大的幅度才能节省能量和提高回收率。第二:有些动物(企鹅)摆动迫不得已,因为动物的腿短且两腿之间的间距固定,无法随意移动。

**我们研究的创新主要集中在以下五点:**

1: 明确了企鹅走路晃动的真正原因是短腿和固定间距。  
2: 建立了完备的刚体运动学模型,定量分析了企鹅走路中两个维度的转动。  
3: 搭建了合理的实验测量体系,利用手机等常用设备完成了高效的数据采集,并与理论结果相互验证。

4: 在能量回收率的基础上,进一步提出了能量消耗率的概念。使得研究的范畴从一维相图升级为二维相图,这使得运动学的描述更为精准。在此基础上,探究高能量回收率、低能量消耗率的适用参数。

5: 我们发现,企鹅或其他动物通过摇晃,不仅有利于提高能量回收率,更能够降低能量消耗率。这也可以认为是“物竞天择,适者生存”的物理证明。

关键词: 企鹅运动, 刚体模型, 能量回收率, 能量消耗率

# 目录

摘要:.....	3
目录.....	4
一：前言.....	5
二：预实验.....	7
2.1 探究企鹅左右摇摆的真正原因.....	7
三：理论分析.....	8
3.1 模型的建立.....	8
3.2 能量.....	10
3.3 能量回收率.....	14
四、实验.....	19
4.1 实验方案：轨迹的测量.....	19
4.2 理论模型验证.....	20
4.3 控制变量验证.....	21
4.4 企鹅与人的回收率对比.....	23
五、总结与展望.....	26
参考文献.....	26
致谢:.....	27
团队成员信息： .....	28
指导教师信息： .....	29
更多的实验数据： .....	31

## 一：前言

都说企鹅可爱，人们之所以觉得它可爱，一部分是因为它憨态可掬，配色和熊猫一样都是黑白相间的，另一部分是因为它走起路来摇摇晃晃。在一次看关于南极动物纪录片的过程中，加拿大的一名科学家声称：企鹅行走时的摇晃是保证它得以在冰面上走路的特性。但事实真的如此吗？这让笔者非常疑惑，为什么企鹅走路要摇晃呢？此现象引起了笔者极大的兴趣。

经过走访各个动物园，笔者了解到，所有的企鹅在走路时都会摇晃，只是因为体型大小而产生晃动幅度大小的差别。比如，在南非海岸生活的麦哲伦企鹅，因为较小的身形和体脂含量，这种企鹅在行走中有轻微的左右摇晃。而对于在南极洲冰天雪地中的帝企鹅，他们具有几乎 1 米的身高，30-40 千克的体重。不同于麦哲伦企鹅，帝企鹅会在行走中具有更为明显的左右摇晃。

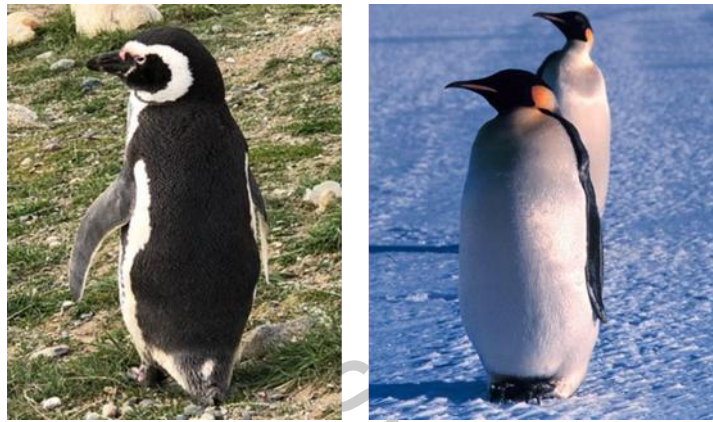


图 1.1 麦哲伦企鹅（左）与帝企鹅（右）。

笔者通过查询各种关于企鹅行走的视频和论文资料，探究企鹅的摇晃行为。科普中国公众号[1]中有一篇关于企鹅行走的介绍在我眼前一亮。作者声明企鹅的走路的摇晃可以提高行走效率。加州大学伯克利分校的 Timothy m. Griffin 和科罗拉多大学博尔德分校的 Rodger Kram 做了一个研究[2]，是关于企鹅走路的力学分析。两位研究者发现企鹅摇晃的行走可以提升能量的利用率。基于一篇称为《Walking in simulated reduced gravity: Mechanical energy fluctuations and exchange》，作者声称人类行走时一样会向前倾斜，并在这个过程中借助重力前进[3]。相比于无重力情况下，人类在正常重力的行走下可以节省 65% 的能量，这 65% 的能量被称作为能量回收率（recovery rate）。在对帝企鹅的研究中，科学家发现帝企鹅行走时的能量回收率达到了惊人的 80%，被认为是所有陆行动物中拥有最高回收率的物种。帝企鹅左右摇晃的过程中，会产生质心的变化，将重力势能转化为动能。帝企鹅拥有这样那特殊的行走方式则是因为它短小的腿（与珍珠鸡等动物比较）。拥有短小腿的企鹅，每一步都会消耗巨大的能量。因此，选择节能的行走方式成为企鹅在南极生存的必要条件之一。

为了研究清楚企鹅的运动，我们找到记录视频对比分析人和企鹅的运动方式，具体见附件视频一与视频二。通过观察它们的运动方式，我们发现企鹅行走和人类有一定相似之处。企鹅在运动时会两只脚轮流落地，同时身体只能绕着脚转动。这种转动可以分解为两种基本的类型：一种是高低不变的绕轴转动，下文我们称之为自转 spin；另一种为左右摇晃，我们称之为 waddle。而对于人走路的

情况，也有相似的运动。

在本文中，我们从实验和理论两方面研究了企鹅的这种摇摆的特点，并将其推广到任意的二足动物之中。**理论上**，我们首先建立了企鹅本身的刚体运动模型。基于该模型，我们解析得到了这种摇摆运动中的轨迹，速度，角速度，能量等物理量和其体型参数的关系。基于这些物理量，我们又进一步的求出能量回收率和绝对能量消耗等运动学指标。**实验上**，因保护动物的精神及实验动物的难获取性，我们学习并模仿了企鹅的行走方式，通过视频拍摄记录的方式定量研究其真实的运动方式，并与理论模型预测相对比。结果显示，二者高度吻合，这证明了我们理论模型和实验过程的正确性。最后，我们将该理论模型进行推广，使其适用于任意的二足动物的行走模型。



图 1.2 企鹅走路视频分析。

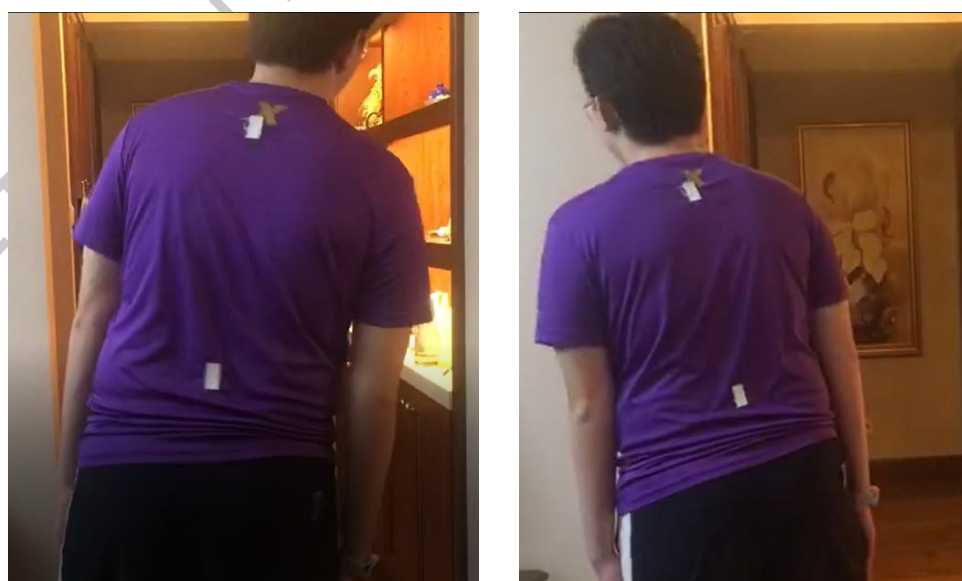


图 1.3 人走路视频分析。

## 二：预实验

### 2.1 探究企鹅左右摇摆的真正原因

在研究了企鹅运动相关论文和视频后，由于无法使用企鹅做实验，我们决定用人模仿企鹅走路来进行实际的实验测量。在进行理论分析和正式实验之前，我们去健身房进行了预实验。这不仅可以熟悉实验流程，还能够通过切身感受来寻找企鹅摇摆的真正原因，我们想确认其究竟是论文中所说的腿短，还是另有他因。



图 2.1 人体模仿企鹅运动预实验。

#### 2.1.1 腿长

正如前所述，通过观察企鹅视频，我们大致认为其主要有两个方向的转动，一个是左右晃动，一个是绕轴向前转动。我们首先针对腿长的因素进行分析。

预实验由朱敏轩同学来进行。为了控制腿长，我们采取了使用胶带捆绑双膝的方法，这样人的可使用腿的长度就被控制在膝盖以下。我们在三个方向上对该运动进行拍摄，如图 2.1 所示。结果发现：其左右摆动明显，但是绕轴向前转动则几乎没有。在讨论和感受之后，我们提出，导致企鹅出现绕轴向前转动的原因可能是企鹅两腿距离固定，无法向前直接迈步，因此只能绕轴向前转动。

#### 2.1.2 双腿间距

为了进一步探究固定两腿间距能否带来绕轴向前转动，我们购买了硬质塑料棒，用胶带固定在两腿之间，这样人就如同企鹅一样，在保持腿短的同时，也能够保证双腿间距固定。

我们同样利用相机在三个方向上对该运动进行拍摄，结果发现：此时人的运

动和企鹅运动视频中十分相近。由此可见，导致企鹅有两个方向转动的原因有两个：第一，腿短，带来左右摆动；第二，固定双腿间距，带来绕轴向前转动。预实验的结果为后续的理论分析和正式实验做好了准备，可以使人的模仿和企鹅真是运动情况接近。

### 三：理论分析

#### 3.1 模型的建立

##### 3.1.1 长方体刚体模型与两个方向的角速度

根据预实验和讨论分析，我们决定把动物简化成一个长方体，如图 3.1 所示。边长分别为  $2a$ （宽度）， $2b$ （厚度）， $2c$ （高度），质量为  $m$  且均匀分布。建立如图所示的直角坐标系， $y$  方向为前进的方向，质心坐标为  $(a,0,c)$ 。

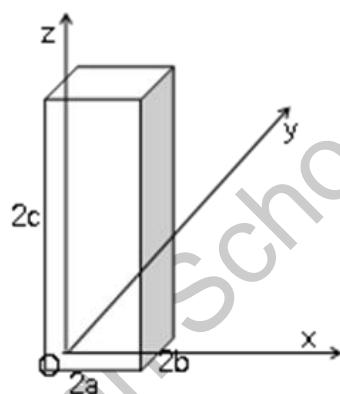


图 3.1 动物的简化几何模型。

而当人行走的时候，两只脚轮流在地面上静止，身体绕着左脚（A）、右脚（B）交替转动。这个过程中，其大致分为两种运动，一个是身体绕  $y$  轴的运动（如图 3.2a），此时设 AB 连线抬起的角度为  $\phi$ ，这就是左右摇摆运动。从物理意义上来说， $\phi$  决定了走路的晃动振幅。另一个运动是左脚固定右脚向前跨（ $y$  方向）绕  $z$  轴的定轴转动（如图 3.2b）。设 AB 连线在  $x$ - $y$  平面上绕  $z$  轴转过的角度为  $\theta$ ，这就是绕轴向前转动。从物理意义上来说， $\theta$  决定了走路的步幅。

在运动中，我们假设绕两只脚各走一步的时间为一个完整的运动周期，其时间记为  $T$ ，频率为  $f = 1 / T$ 。在绕 A 的半个周期内，由于 B 从后向前运动，设  $\phi = \phi_0 \sin \omega t$ ， $\omega = 2\pi f$ 。



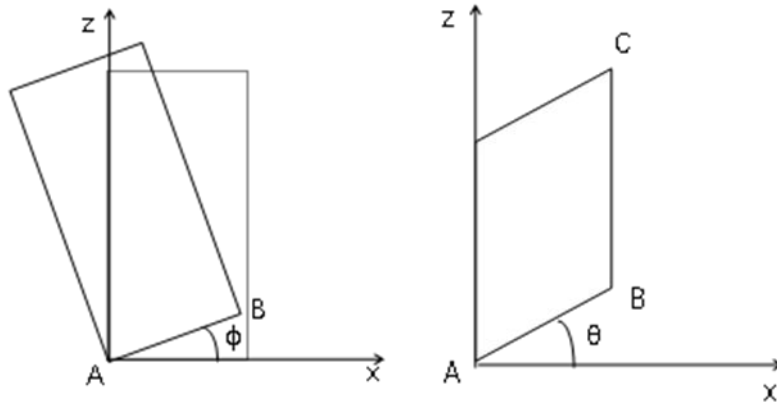


图 3.2 (a) 企鹅的摇摆运动。(b) 定轴转动。

### 3.1.2 质心和任意一点的轨迹公式 (t 的函数)

依据上节所建立的刚体运动学模型, 如果我们已知刚体的几何尺寸和对应的  $\theta$  和  $\phi$  角度, 就可以确定刚体上任意一点的坐标。

我们取某点 (坐标为  $(x, 0, z)$ ) 作为研究对象, 其在左脚 (A 点) 固定的半个周期内, 绕 y 轴转动  $\phi$  角度后, 新的坐标为

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \phi - z \sin \phi \\ y' &= 0 \\ z' &= x \sin \phi + z \cos \phi \end{aligned} \quad (1)$$

随后, 其再绕 z 轴转  $\theta$  角度后坐标变为

$$\begin{aligned} x'' &= (x \cos \phi - z \sin \phi) \cdot \cos \theta \\ y'' &= (x \cos \phi - z \sin \phi) \cdot \sin \theta \\ z'' &= x \sin \phi + z \cos \phi \end{aligned} \quad (2)$$

而在右脚固定的半个周期内, 根据对称性可得, 坐标最后变为

$$\begin{aligned} x''' &= ((x - 2a) \cos \phi - z \sin \phi) \cdot \cos \theta + 2a \\ y''' &= ((x - 2a) \cos \phi - z \sin \phi) \cdot \sin \theta \\ z''' &= (x - 2a) \sin \phi + z \cos \phi \end{aligned} \quad (3)$$

根据这样的公式, 我们可以推导得到刚体上任意一点在运动过程中的实时坐标, 对应到人身上, 既包括质心、肩膀、后背等位置。这些参数可以和实验所测量数据一一对应。

### 3.1.3 角速度

既然研究的是刚体的转动, 则角速度是一个很重要的参数。在 3.1.1 节中, 我们做出了两个方向的转动角度满足:  $\theta = -\theta_0 \cos \omega t$ ,  $\phi = \phi_0 \sin \omega t$ ,  $\omega = 2\pi f$  的假设。因此, 可以对于角位移求导, 得到角速度为  $\theta' = \omega \theta_0 \sin \omega t$ ,  $\phi' = \omega \phi_0 \cos \omega t$ 。

根据这样的公式, 我们可以利用角速度的理论图像与实验匹配, 进一步验证理论模型是否合理。

## 3.2 能量

### 3.2.1 动能

在我们的模型中，刚体的动能主要由两个方向的转动构成，如下公式所示：

$$E_k = \frac{I_1 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{I_2 \dot{\theta}^2}{2} = \frac{I_1 \varphi_0^2 \sin^2 \omega t}{2} + \frac{I_2 \theta_0^2 \cos^2 \omega t}{2} \quad (4)$$

其中  $I_1$  为绕  $y$  轴的转动惯量，其表达式为  $I_1 = m \frac{4(a^2 + c^2)}{3}$ ， $I_2$  为绕  $z$  轴的转

动惯量，其表达式为  $I_2 = m \left( \frac{a^2 + b^2}{3} + a^2 \right)$ 。

接下来，我们分别带入人与企鹅的参数，来对模型进行数值化。

对于人来说，其参数如下：

$$m = 80\text{kg}, a = 0.2\text{m}, b = 0.1\text{m}, c = 0.9\text{m}, I_1 = 90.67\text{kg} \cdot \text{m}^2, I_2 = 4.53\text{kg} \cdot \text{m}^2, \theta_0 = 0.349\text{rad}, \\ \varphi_0 = 0.3\text{rad}, f = 0.666\text{Hz}, \omega = 4.182\text{rad/s}$$

对于企鹅来说，其参数如下：

$$m = 35\text{kg}, a = 0.226\text{m}, b = 0.2\text{m}, c = 0.55\text{m}, I_1 = 16.5\text{kg} \cdot \text{m}^2, I_2 = 2.85\text{kg} \cdot \text{m}^2, \theta_0 = 0.52\text{rad}, \\ \varphi_0 = 0.4\text{rad}, f = 0.7\text{Hz}, \omega = 4.396\text{rad/s}$$

随后，我们可以画出人和企鹅在运动过程中，其动能随时间变化的图像。结果如图 3.3 与 3.4 所示，从中可以观察到规则的正弦函数形式的周期性震荡。

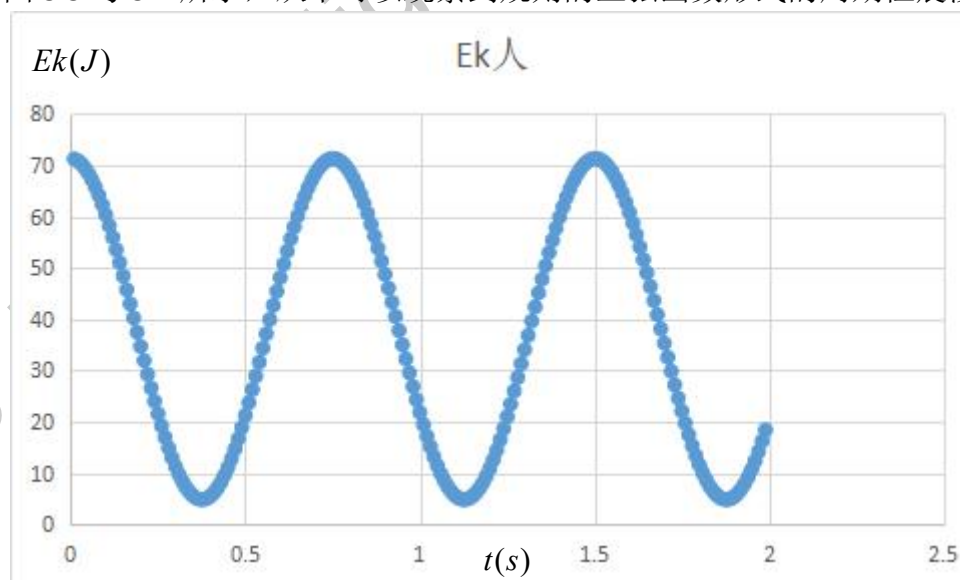


图 3.3. 人在运动过程中的动能变化。

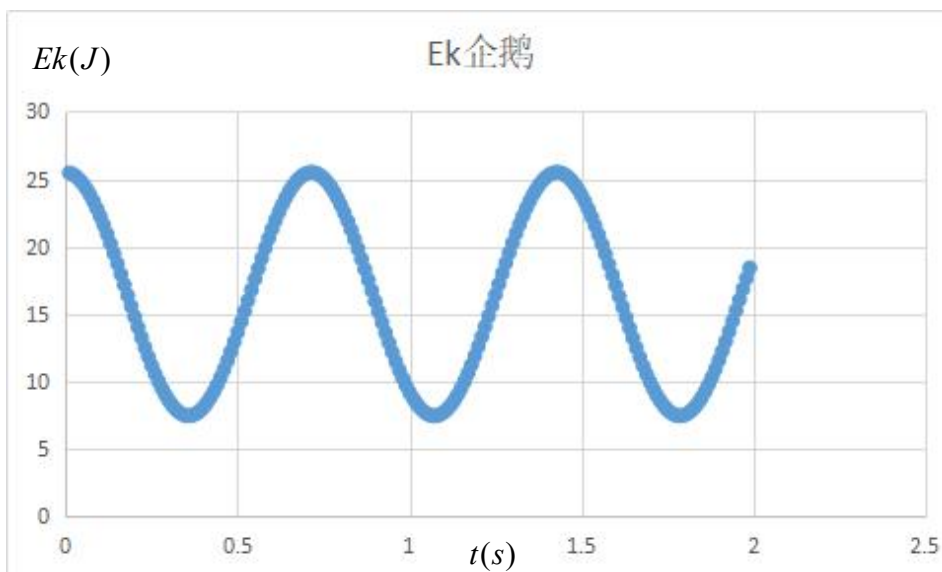


图 3.4. 企鹅在运动过程中的动能变化。

### 3.2.2 势能

刚体的势能，是由质心高度变化引起的能量改变。在模型中，我们设置静止时的质心高度为零势能面，则在运动过程中得势能表达式为：

$$E_p = mg(Z_c - Z_{c0}) = mg(a \sin \varphi + b(\cos \varphi - 1)) \quad (5)$$

运用小角近似  $\sin \varphi \approx \varphi$ ,  $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$  可简化为：

$$E_p = mg \cdot a \varphi \sin(\omega t) - \frac{mg \cdot b \varphi^2 \sin^2 \omega t}{2} \quad (6)$$

带入人的参数（具体见 3.2.1 节）得势能随时间变化的图像，如图 3.5 所示：

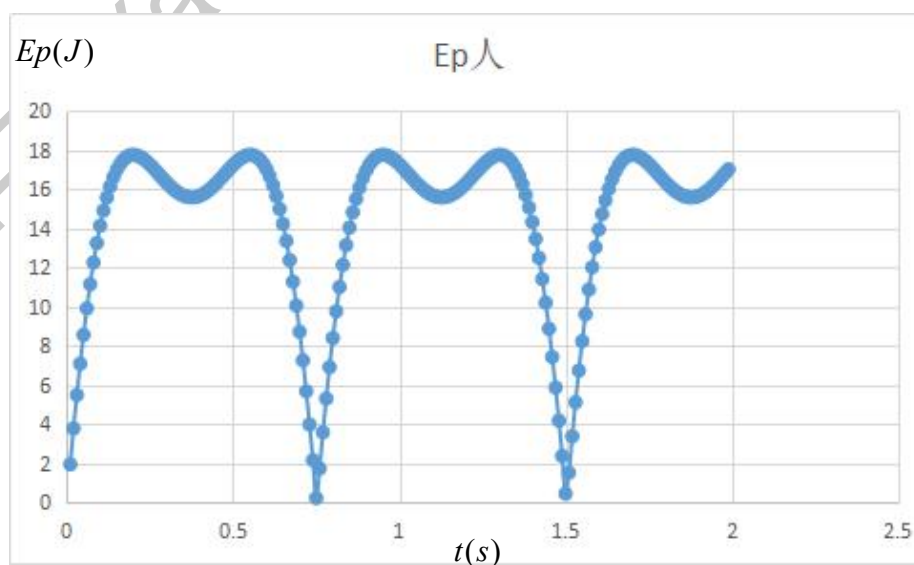


图 3.5 人在运动过程中的重力势能变化。

同理也可以带入企鹅的参数（具体见 3.2.1 节），求得势能随时间变化的图像，如图 3.6 所示：

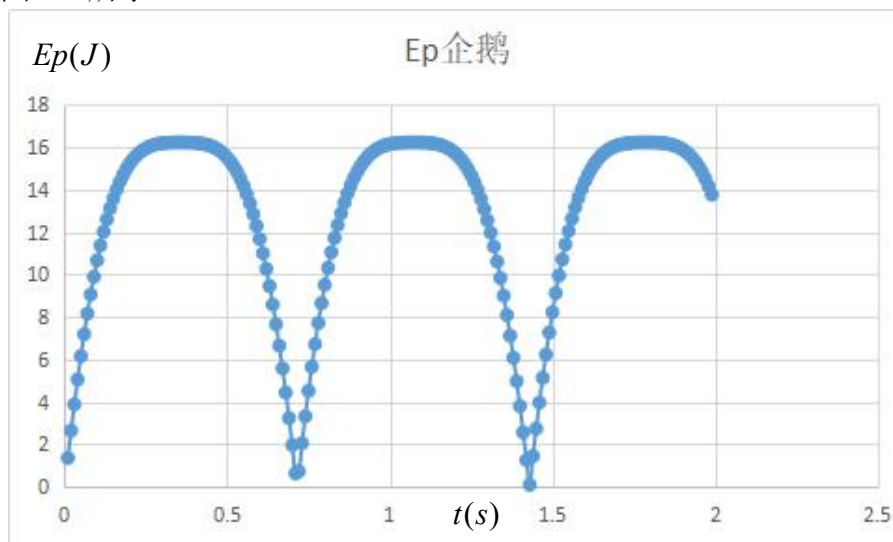


图 3.6 企鹅在运动过程中的重力势能变化。

从理论计算结果中可以看到，重力势能不再像动能一样具有规则的正弦函数形式，而是在能量的极值点上会有额外的波动。这是由于其质心在左右摆动到达最高点时，身体依旧存在绕轴向前转动，两种运动的叠加带来的这种额外波动。

### 3.2.3 总能量

接下来，我们进一步考虑总能量随时间的变化。我们知道，总能量等于势能加动能，其具体表达式如下所示：

$$E_{total} = E_k + E_p = \frac{I_1 \phi_0^2 \sin^2 \omega t}{2} + \frac{I_2 \theta_0^2 \cos^2 \omega t}{2} + mg(a \sin \phi + b(\cos \phi - 1)) \quad (7)$$

我们分别带入人与企鹅的参数（具体见 3.2.1 节），求得总能量随时间变化的图像，结果如图 3.7 与 3.8 所示。

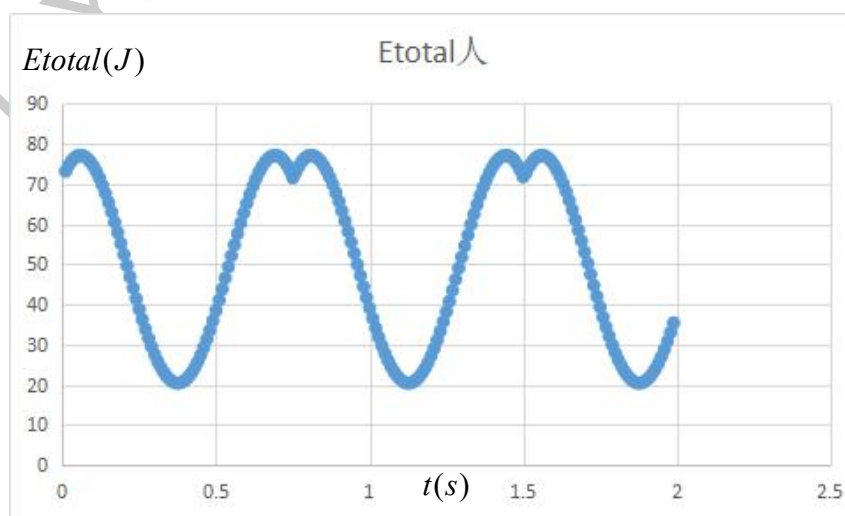


图 3.7 人在运动过程中的总能量变化。

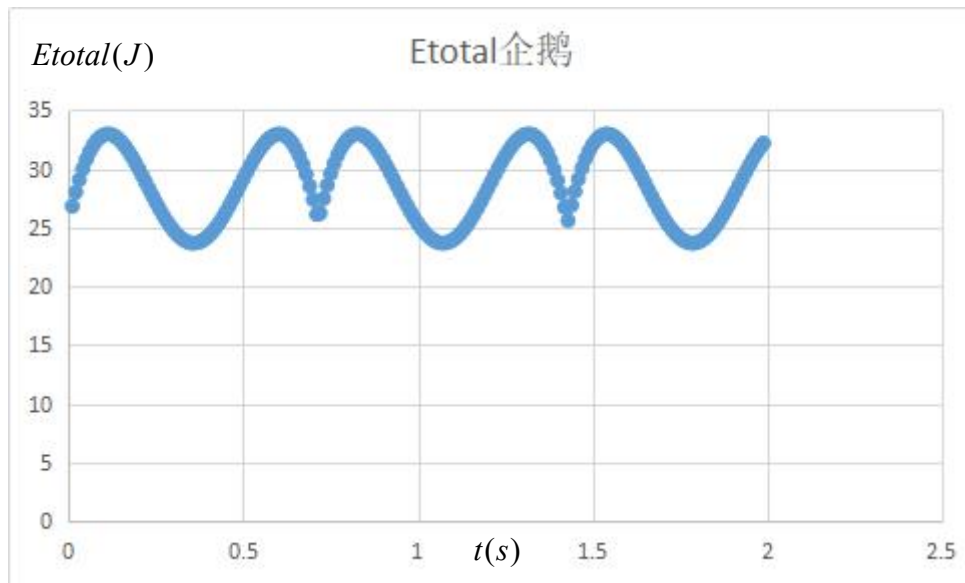


图 3.8 企鹅在运动过程中的总能量变化。

从中可以看到，受到势能的影响，总能量同样不具有规则的正弦函数形式。但是，需要说明的是，这种额外的扰动和刚体的参数十分相关，如图 3.7 中人运动的波动要远远小于图 3.8 中企鹅运动的波动。

### 3.2.4 运动做功

接下来，我们进一步讨论在行走的过程中，人和企鹅做功的问题。由于总机械能的图像呈现周期函数波动，因此其波峰和波谷间的差值即为人和动物在一个周期内做的功。由机械能的表达式可以推出  $\Delta E$  和  $E_{average}$ ，推导过程如下：

$$E_{total} = \frac{I_1 \phi_0^2 \sin^2 \omega t}{2} + \frac{I_2 \theta_0^2 \cos^2 \omega t}{2} + mg(a \sin \phi + b(\cos \phi - 1)), \quad (8)$$

设  $E_1 = \frac{I_1 \phi_0^2}{2}$ ,  $E_2 = \frac{I_2 \theta_0^2}{2}$ , 小角近似  $\sin \phi \approx \phi$ ,  $\cos \phi \approx 1 - \frac{\phi^2}{2}$  可化简为：

$$\begin{aligned} E_{total} &= E_1 \cdot \cos^2 \omega t + E_2 \cdot \sin^2 \omega t + mg \cdot a \phi_0 \sin(\omega t) - \frac{1}{2} mgb \cdot \phi_0^2 \sin^2 \omega t \\ &= E_1 + (E_2 - E_1 - \frac{1}{2} mgb \phi_0^2) \sin^2 \omega t + (mga \phi_0) \sin \omega t \end{aligned} \quad (9)$$

设  $A = E_2 - E_1 - \frac{1}{2} mgb \cdot \phi_0^2$ ,  $B = mga \cdot \phi_0$ , 得

$$E = E_1 + A \sin^2 \omega t + |B \sin \omega t| \quad (10)$$

由于绝对值和平方的出现，该公式的周期为  $\frac{T}{2}$ 。在  $\sin \omega t > 0$  的半个周期内，其极大值与极小值的差值即为  $\Delta E$  可化简为

$$E = A(\sin \omega t + \frac{B}{2A})^2 - \frac{B^2}{4A} \quad (11)$$

对于 $\Delta E$ 的表达式需要针对 $\frac{B}{2A}$ 的大小进行讨论：

当 $\frac{B}{2A} < -1$ 或 $\frac{B}{2A} > 0$ 时，

$$\Delta E = E_{\max} - E_{\min} = \left[ E_1 + \left(1 + \frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{B^2}{4A^2} \right] - \left( E_1 + \frac{B^2}{4A} - \frac{B^2}{4A^2} \right) = A + B; \quad (12)$$

当 $-1 < \frac{B}{2A} < -\frac{1}{2}$ 时，

$$\Delta E = E_{\max} - E_{\min} = \left( E_1 - \frac{B^2}{4A^2} \right) - \left( E_1 + \frac{B^2}{4A} - \frac{B^2}{4A^2} \right) = \frac{B^2}{4A}; \quad (13)$$

当 $-\frac{1}{2} < \frac{B}{2A} < 0$ 时，

$$\Delta E = E_{\max} - E_{\min} = \left( E_1 - \frac{B^2}{4A^2} \right) - \left[ E_1 + \left(1 + \frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{B^2}{4A^2} \right] = A \left(1 + \frac{B}{2A}\right)^2. \quad (14)$$

在下一节中我们会提到， $\Delta E$ 的大小不仅代表了运动时的绝对做功大小，而且 $\Delta E$ 还是计算能量回收率的重要影响因素。

在这里， $\Delta E$ 越小，代表运动越节省能量。但是也有可能出现的功很少但是能量回收率也很低的情况，这样实际上对于生物的运动并非是最优选择。所以需要通过对 $\Delta E$ 和能量回收率两个参数结合，才能得出更加有效的结论。

### 3.3 能量回收率

#### 3.3.1 能量回收率的定义

能量回收率的大小是判断运动是否节省能量的关键因素。通过对相关论文的研究[2]，我们定义能量回收率如下：

$$\text{Recovery Rate} = \frac{1 - \Delta E}{E_{\text{average}}} \quad (15)$$

其中 $\Delta E$ 代表了运动时的绝对做功大小（详见3.2.4节定义），而平均能量可以通过总能量积分再取平均求得（详见3.2.4节推导）：

$$\bar{E} = E_1 + \frac{A}{2} + \frac{2B}{\pi} \quad (16)$$

因此可以根据上述计算得到能量回收率与 $f, \varphi_0, \theta_0$ 等运动学参数的关系。

以企鹅为例，我们带入具体数据（见3.2.1节）后首先画出其势能、动能和

总能量随时间变化的图像，结果如图 3.9 所示。随后我们就可以分析计算得到其能量回收率为 67.85%；而与之相对应的，人的能量回收率则只有 0.1%。

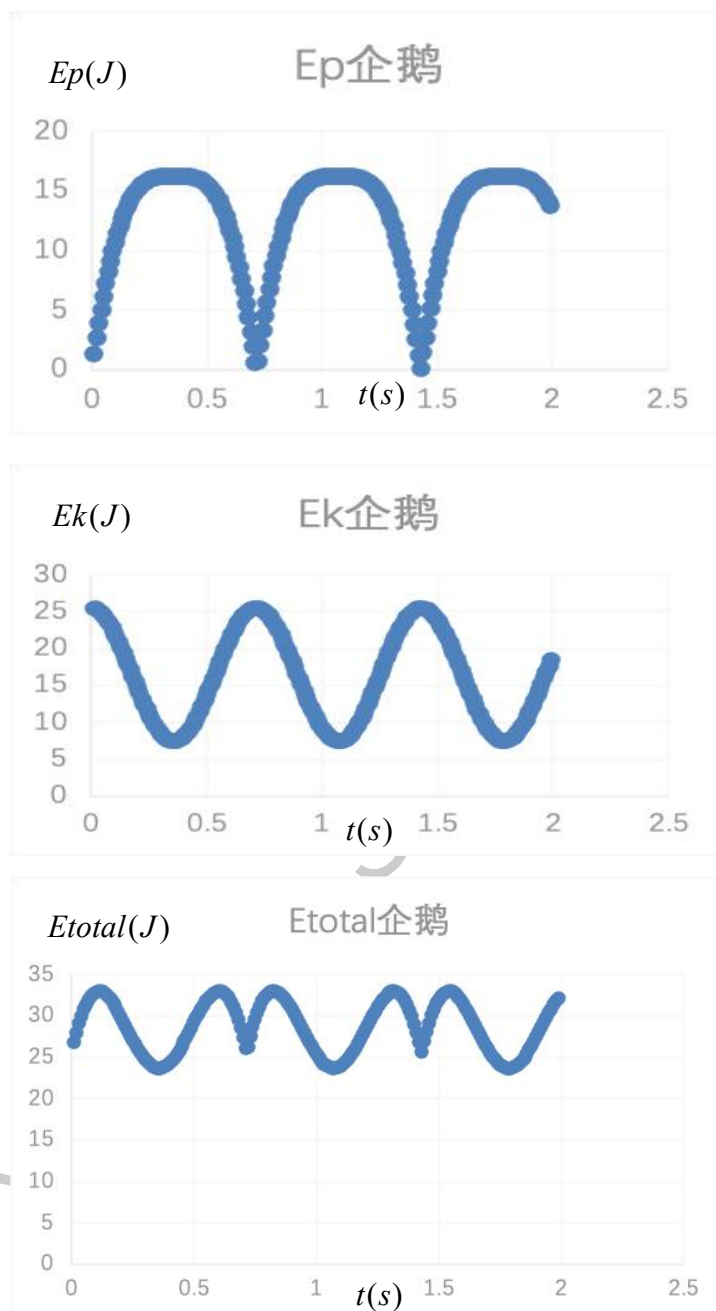


图 3.9 企鹅在运动过程中的能量变化。

这种能量回收率的高/低差异，可以通过对其动能，势能和总能量关于时间的图像进行分析，然后归纳总结得到。在回收率高的参数下：

- (1)动能和势能的大小相当。
- (2)在势能达在极大值时，对应的动能为极小值。

这样一来，两者相加互补，使得该运动过程更接近于一个理想的机械能守恒体系，因此可以抵消很多能量变化，带来较高的能量回收率。

### 3.3.2 回收率与摆幅大小的关系

本节中，我们将考虑左右摇晃的振幅大小  $\varphi_0$  对于回收率的影响。首先带入企鹅 1 参数 ( $m = 35\text{kg}, a = 0.226\text{m}, b = 0.2\text{m}, c = 0.55\text{m}, f = 0.5\text{Hz}, \theta_0 = 0.523\text{rad}$ )，绘制能量回收率与参数  $\varphi_0$  的图像，结果如图 3.10 所示。从中可以看到，随着  $\varphi_0$  的增加，能量回收率先增后降，并且在  $\varphi_0 = 0.5\text{rad}$  左右达到极大值。

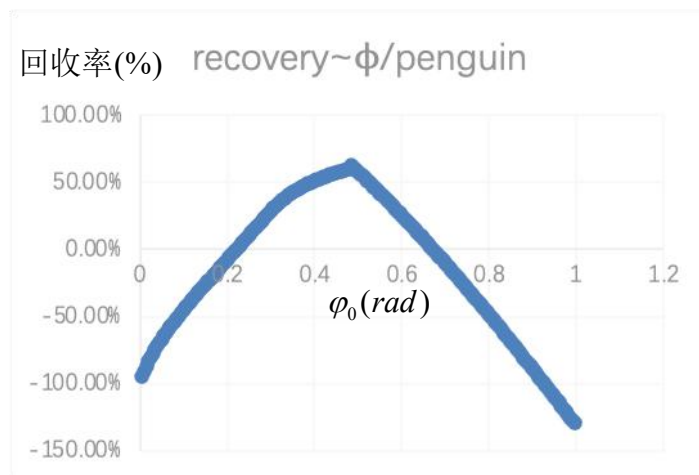


图 3.10 企鹅在运动过程中的能量回收率与振幅大小的关系。（参数组 1）

随后，我们又验证了企鹅 2 参数，其能量回收率与参数的图像，如图 3.11 所示。 ( $m = 35\text{kg}, a = 0.226\text{m}, b = 0.2\text{m}, c = 0.55\text{m}, f = 0.5\text{Hz}, \theta_0 = 0.25\text{rad}$ ) 从中可以看到，随着  $\varphi_0$  的增加，能量回收率同样是先增后降，并且在  $\varphi_0 = 0.45\text{rad}$  左右达到极大值。同时能量回收率的峰值略有变化。

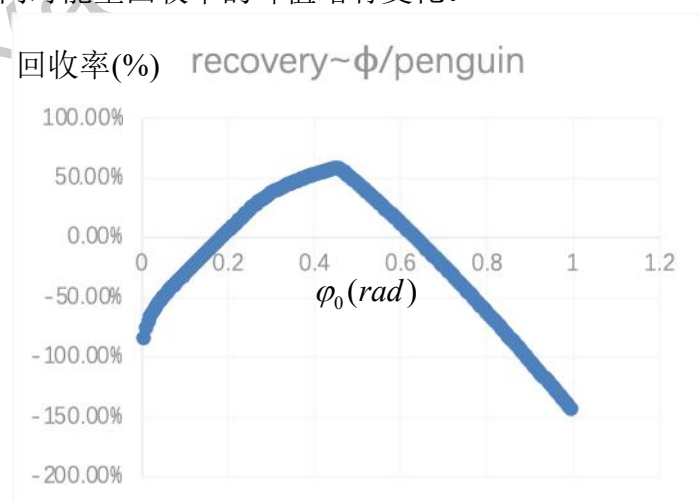


图 3.11 企鹅在运动过程中的能量回收率与振幅大小的关系。（参数组 2）

随后，我们又验证了企鹅 3 参数，其能量回收率与参数的图像，如图 3.12



所示。（ $m = 35\text{kg}, a = 0.226\text{m}, b = 0.2\text{m}, c = 0.55\text{m}, f = 0.7\text{Hz}, \theta_0 = 0.52\text{rad}$ ）

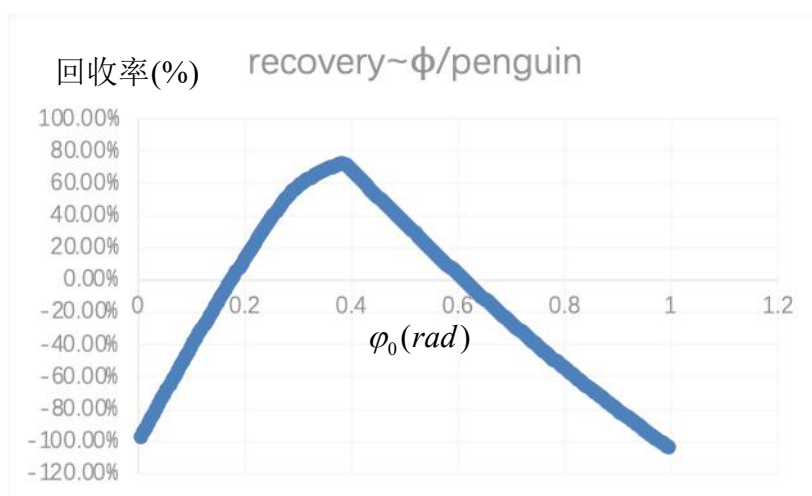


图 3.12 企鹅在运动过程中的能量回收率与振幅大小的关系。（参数组 3）

随后，我们又验证了企鹅 4 参数，其能量回收率与参数的图像，如图 3.14 示。（ $m = 35\text{kg}, a = 0.226\text{m}, b = 0.2\text{m}, c = 0.55\text{m}, \varphi_0 = 0.4\text{rad}, f = 0.7\text{Hz}$ ）

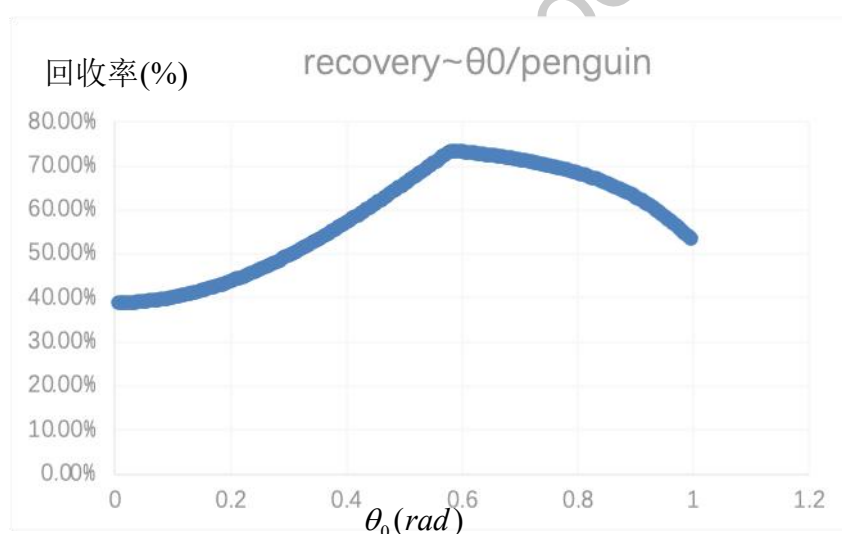


图 3.13 企鹅在运动过程中的能量回收率与振幅大小的关系。（参数组 5）

由以上四种不同参数的企鹅运动数据可知（数据均通过企鹅视频图片和网络资料获得，企鹅种类为帝企鹅）：对于给定的  $\theta_0, f$  值以及质量  $m$ ，以及刚体的长宽高，企鹅在运动时引入适当的左右晃动，有助于能量回收率的提高。只有在适当的摆动幅度下，回收率才最高，运动才最省能量。而对于过大和过小的摆幅，回收率比并不高。

### 3.3.3 绝对能量消耗与回收率

本小节将重点讨论，绝对能量消耗和能量回收率的性质。取企鹅 3（见 3.3.2

节) 的数据进行分析, 将其重新展示如图 3.14 与 3.15 所示。

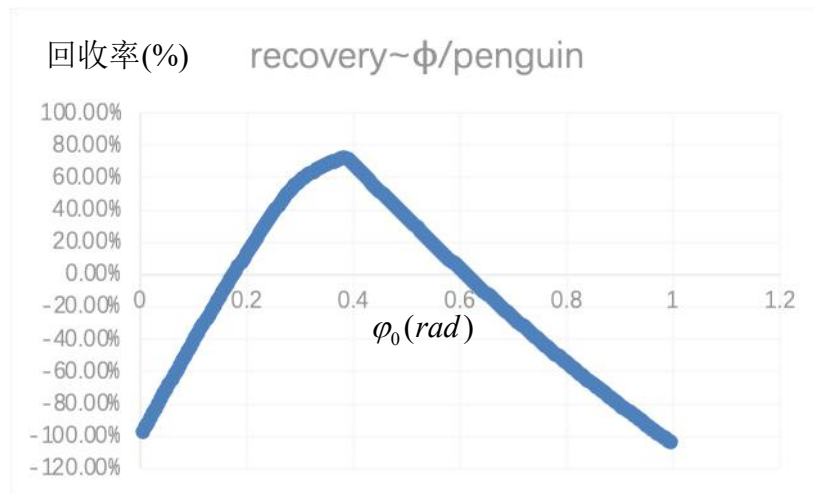


图 3.14 企鹅 3 在运动过程中的能量回收率与振幅大小的关系。(参数组 3)

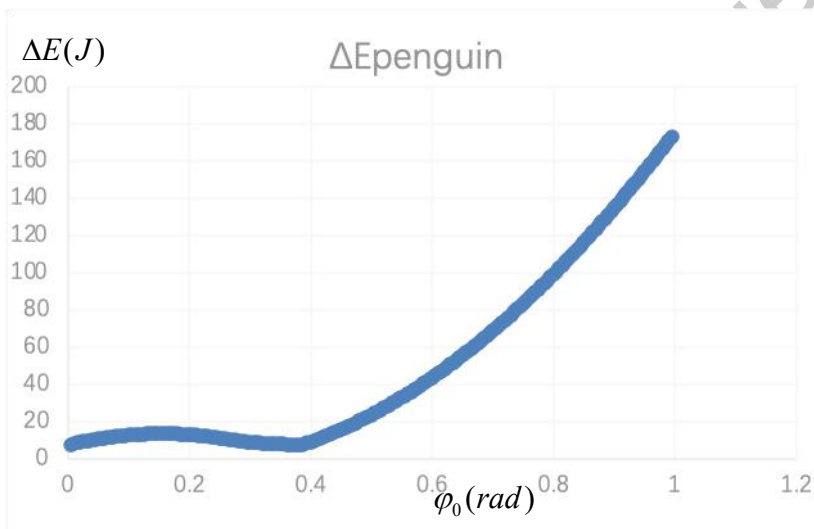


图 3.15 企鹅 3 在运动过程中的能量消耗率与振幅大小的关系。(参数组 3)

如图所示, 在相同参数下的  $\Delta E$  和回收率关于  $\phi_0$  的变化趋势各有特点, 而且在  $\Delta E$  达到极小值, 即绝对能量消耗最小时, 回收率能达到极大值。综合这两个图来看, 回收率和绝对能量消耗是匹配的。由此可见, 适当的晃动不仅能提高回收率, 还可以降低能量消耗率, 节省能量。

通过大量参数化扫描我们发现企鹅最大的能量回收率能达到 80% 左右(见图 3.13)。这个数值与先前的研究成果(文献 2)基本符合。此时企鹅左右晃动振幅为 0.4 rad 左右。该数据也和企鹅运动视频中的摆动幅度相近。由此可见, 我们的理论模型与文献符合较好, 且能够解释企鹅运动节省能量的机制。

综上所述, 企鹅运用合理的摆动振幅和摆动频率来使动能势能互补, 从而减小自身运动需要做的功, 进而达到节省能量的作用。但是由于企鹅体型过于肥胖且其腿短, 其运动的绝对能量消耗相比于人类和其他动物要多很多。即使回收率很高, 他们仍然要做很多功来运动, 这也是他们经常趴在地上滑的原因。

## 四、实验

### 4.1 实验方案：轨迹的测量

地点：李仕嘉家

器材： iPhone6s 和 iPhone X 各一台用于拍摄 30 帧每秒的视频、手机三脚架、一台安装 Excel 和 tracker 软件的电脑用于处理数据、节拍器（另一台手机）、地面标尺、网格背景（用于确定比例尺）

实验对象：李仕嘉

参数：体重 80kg、身高 180cm、肩宽 40cm、厚度 20cm

实验方法：

1. 训练实验对象走企鹅步。用胶带绑住小腿，实现“短腿”条件；同时两腿之间固定连接，膝关节不能弯曲，人只能做接近于刚体的整体运动。
2. 在人的上臂上端处和中间处做长度标尺，如图 4.1 所示。在人的后背后腰处和两肩中间各做一个标记，如图 1.3 所示。
3. 安排两台手机记录图像，帧率设为 30 fpm，一台在人的后方的手机负责记录人 X, Z 方向的运动，另一台在人的侧面，负责记录 Y, Z 方向的运动（X, Y, Z 方向的定义与理论部分相同）。
4. 数据处理。我们把视频导入电脑，用 tracker 分析运动的轨迹。因为摄像远近的透视效果，在侧面，我们只采用了人经过摄像头的几步。
5. 同时，为了保证步频稳定，人尽量保持一定的摆动幅度和频率。



图 4.1 实验数据采集过程。

## 4.2 理论模型验证

理论上，我们取坐标点  $(2a, 0, 2c)$  分析，其即对应于人的肩膀上端侧面。理论和实验得到的轨迹（Y-Z）如图 4.2 所示，可以看到两者特征基本相符：都是下面一个椭圆，上面两条“触角”的形式。这证明我们的理论对于轨迹的预测是比较准确的。但是，实验得到的侧面轨迹图，下面的椭圆有些偏移，这可能是实验测量误差所带来的，因为相机的视角固定，因此距离的测量会有一些的漂移。

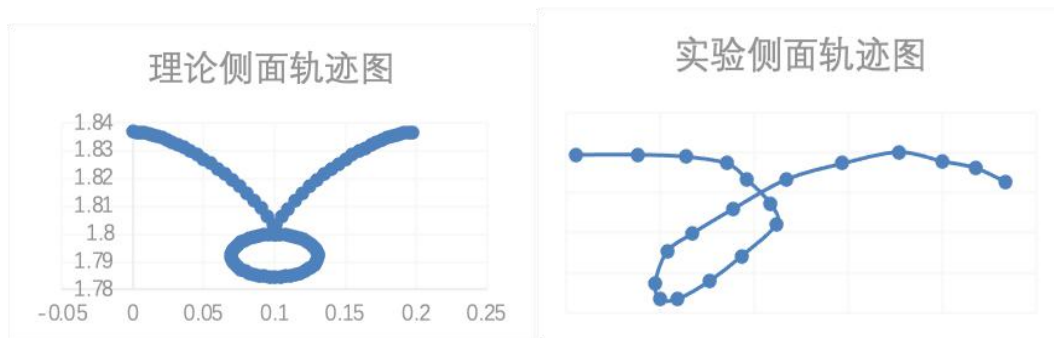


图 4.2 理论（左）与实验（右）侧面轨迹图。

同时，带入理论和实验中左右晃动和绕轴向前转动的角速度数据，可以绘制角速度随时间变化的图像，结果如图 4.3 与 4.4 所示。通过进一步比对实验和理论角速度，可以发现理论模型和实际实验结果符合较好，且两个角速度之间的相位差  $(\pi/2)$  也符合实验观察。综上所述，我们，我们认为理论模型较为准确。

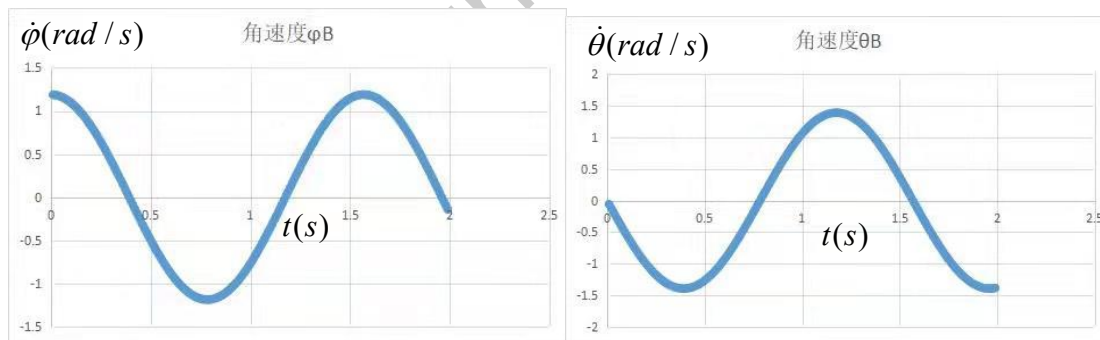


图 4.3 理论预测摇摆（左）和旋转（右）角速度。

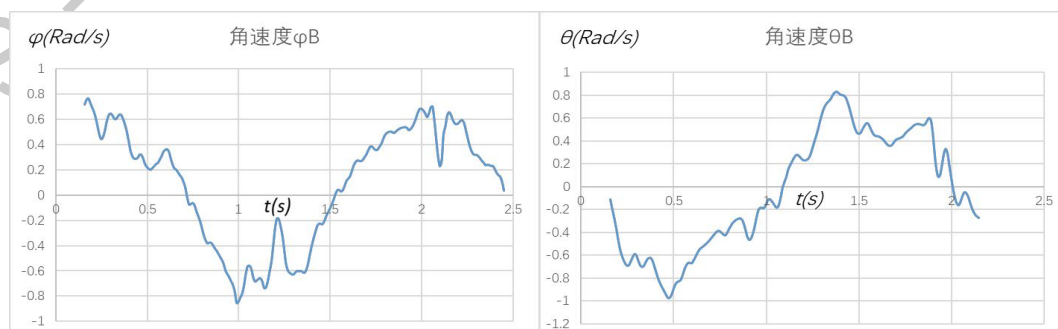


图 4.4 实验测量摇摆（左）和旋转（右）角速度。

### 4.3 控制变量验证

**器材：** iPhone XS、一台安装了 Phyphox 的 iPhone 6S、手机三脚架、地面标尺、节拍器（另一台手机）、用于拍摄 30 帧每秒的视频、一台安装 Excel 和 tracker 软件的电脑用于处理数据。

**实验对象：** 李仕嘉

**参数：** 体重 80 kg、身高 180 cm、肩宽 40 cm、厚度 20 cm

**实验方法：**

1. 在人的后背后腰处和两肩中间做标记。两腿之间固定连接，膝关节不能弯曲，人只能做接近于刚体的整体运动，也就是模仿企鹅的行走方式。
2. 为了保证频率一定，通过节拍器帮助实验对象走出稳定的步频。安排实验对象手持一台安装 Phyphox 软件的手机并保持手机和躯干在运动中相对静止，利用手机的传感器测量实验对象运动中的 $\theta$ 和 $\phi$ 角度变化。
3. 安排一台手机拍摄视频记录人 X, Z 方向的运动图像，帧率设为 30 fpm，用三脚架固定在人的后方。实验结束后，把视频导入电脑，用 tracker 软件分析运动的轨迹。
4. 实验对象按照地面标尺确定步长，所以 $\theta$ 在这次实验中为常数，恒为 20 度。改变运动频率和 $\phi_0$ 。
5. 把 tracker 和 Phyphox 中的数据导入 Excel 表格进行数据分析。

为了控制变量进行实验，我们设置了如下表格所示的实验组：

序号	1	2	3	4
频率	f=0.638Hz	f=0.856Hz	f=0.856Hz	f=0.856Hz
$\theta_0$	0.349rad	0.349rad	0.349rad	0.349rad
$\phi_0$	0.30rad	0.12rad	0.30rad	0.08rad

针对第一组实验参数，我们实验测量得到的总能量、动能和势能随时间变化如图 4.5 所示：

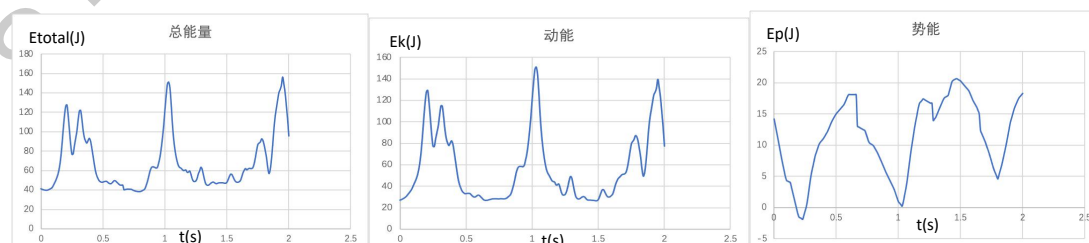


图 4.5 第一组参数下，实验测量得到的总能量（左）、动能（中）和势能（右）随时间变化。

与此同时，我们根据所设参数得到对应的理论能量如图 4.6 所示。对比理论与实验图像，总能量和重力势能都会在峰值时都会有波动，与实验图像基本一致。

在这组实验中，对应理论数据为： $\Delta E=111.64\text{ J}$ ,  $\text{Recovery}=-54\%$ ；而实验能量回收率为-37%。

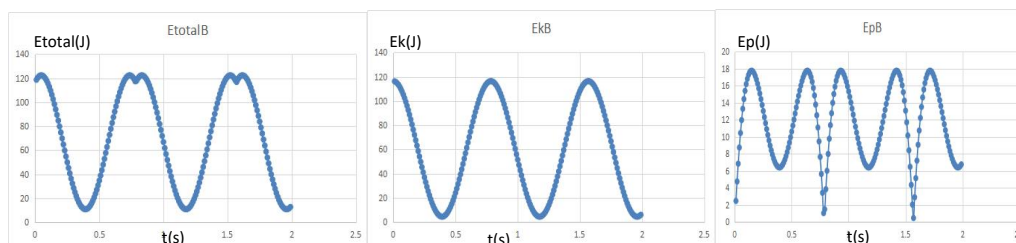


图 4.6 第一组参数下，理论预测得到的总能量（左）、动能（中）和势能（右）。

针对第二组实验参数，我们得到的实验和理论下的动能、势能和总能量如图 4.7 和 4.8 所示。通过理论的计算，回收率约为 76%，通过实验的图像分析计算，回收率大约为 67%，该数值和理论计算的回收率基本匹配。

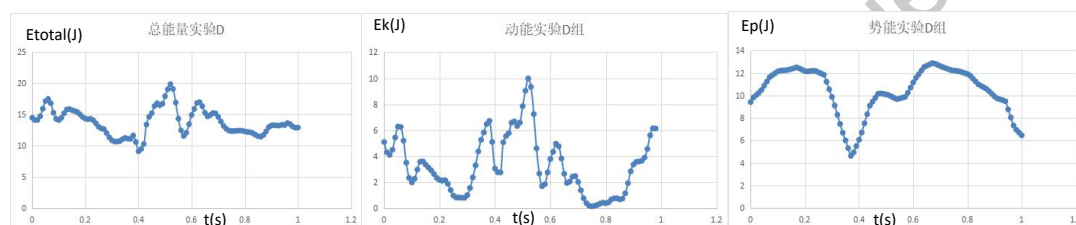


图 4.7 第二组参数下，实验测量得到的总能量（左）、动能（中）和势能（右）。

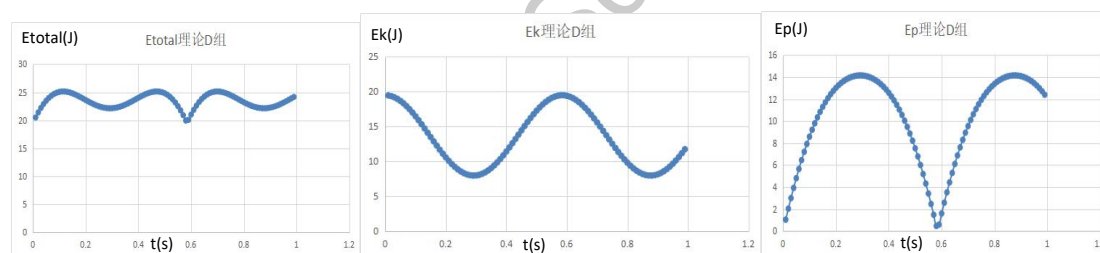


图 4.8 第二组参数下，理论预测得到的总能量（左）、动能（中）和势能（右）。

随后，我们依次按照机会进行数据采集，并进行能量回收率的计算，最终的结果如下表所示：

序号	1	2	3	4
频率	$f=0.638\text{Hz}$	$f=0.856\text{Hz}$	$f=0.856\text{Hz}$	$f=0.856\text{Hz}$
$\theta_0$	0.349rad	0.349rad	0.349rad	0.349rad
$\varphi_0$	0.30rad	0.12rad	0.30rad	0.08rad
理论回收率	-56%	76%	-28%	11%
实验回收率	-37%	67%	-44%	-25%

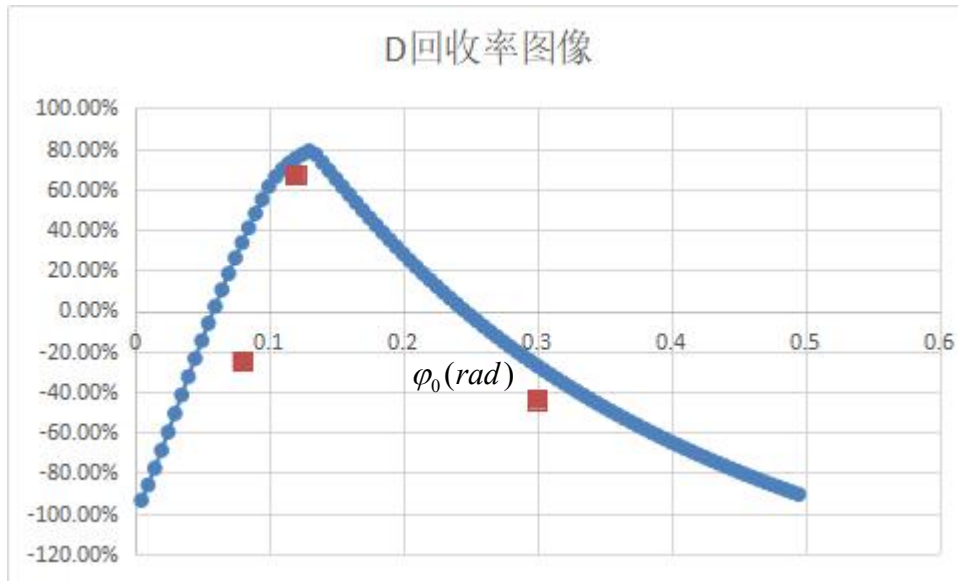


图 4.9 频率为 0.856 Hz 时，不同的  $\varphi_0$  所对应的能量回收率。

如图 4.9 所示，该表格是在  $f = 0.856\text{Hz}$  时理论的回收率关于  $\varphi_0$  的图像和对应实验的结果，分别为图中蓝色曲线和红点。该图像说明了实验的回收率基本验证了理论模型所计算出来的回收率。理论和实验的差别大约在 10%到 20%左右。

根据对于实验图像的分析，可以推测该误差出现的原因：理论图像是假设运动为正弦或余弦函数，所以波动相对平缓，但是真正实验波动比较陡峭，所以能量波动 ( $\Delta E$ ) 会比理论值要高，所以回收率就会偏低。因此从理论回收率到实际结果要减去 10%到 20%。其中  $\varphi_0 = 0.08\text{rad}$  的点实验和理论相差较大，经过分析，这是由于在左右晃动幅度特别小的时候，由于人为控制，其加速度会出现突然升高很多，导致能量变化较大，以至于回收率比理论低很多。

#### 4.4 企鹅与人的回收率对比

由于人和企鹅的参数有所差别，我们对人和企鹅的运动都进行了对比分析，并绘制了其能量回收率关于  $\varphi_0$  的变化趋势，其结果如图 4.10 所示：

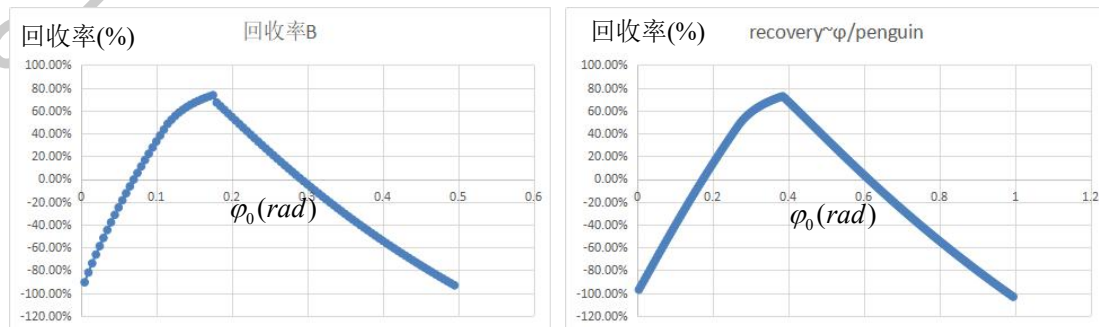


图 4.10 人（左）与企鹅（右）的在不同的  $\varphi_0$  所对应的能量回收率。

通过和企鹅参数下的回收率图像对比可知：

第一，人的最大回收率对应的左右晃动幅度，明显小于企鹅达到最大回收率所需要的晃动幅度。人达到最大回收率的摆动幅度只要大约在 0.17 rad 左右，而企鹅需要 0.4 rad 的摆动幅度。

第二，在相同的摆动幅度变化下，人的回收率变化比企鹅要剧烈很多。人的回收率从最大值变到 0，其  $\varphi_0$  的变化只发生了 0.12 rad 左右，而企鹅从最大回收率变到 0， $\varphi_0$  变化了 0.22 rad 左右。这说明人的运动只适宜很小范围的左右晃动，过高或者过低都会造成回收率的大大降低；而企鹅由于体型不同，其适宜的左右晃动范围相对较大，晃动幅度增幅不大时对回收率影响较小。

第三，人和企鹅的回收率 都能达到接近 80%，说明晃动对于提升能量回收率有显著作用。

第四，能量回收率最大的时刻，对应于能量消耗率（即  $\Delta E$ ）的最小值。这说明企鹅和人的适当左右晃动，也有助于能量消耗率的减小。

随后，我们又基于人的参数，做出平均总能量，平均动能和平均势能关于  $\varphi_0$  的变化趋势，其结果如图 4.10-图 4.12 所示：

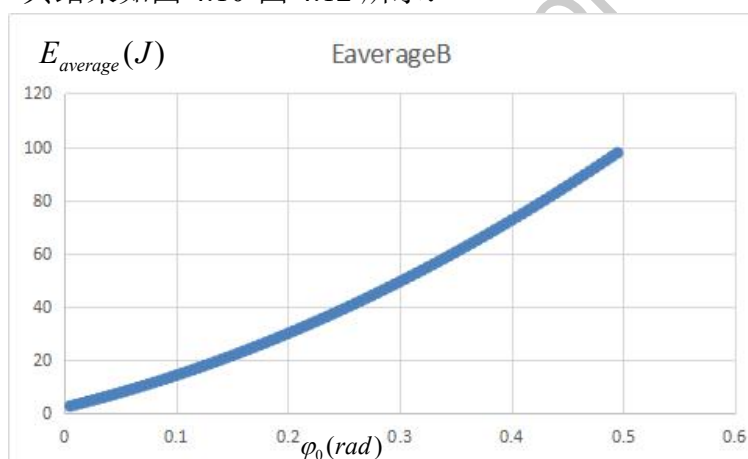


图 4.10 不同的  $\varphi_0$  所对应的平均总能量。

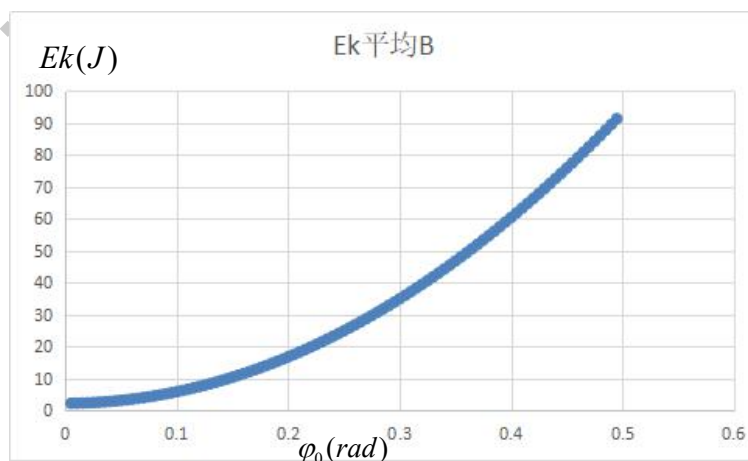


图 4.11 不同的  $\varphi_0$  所对应的平均总动能。



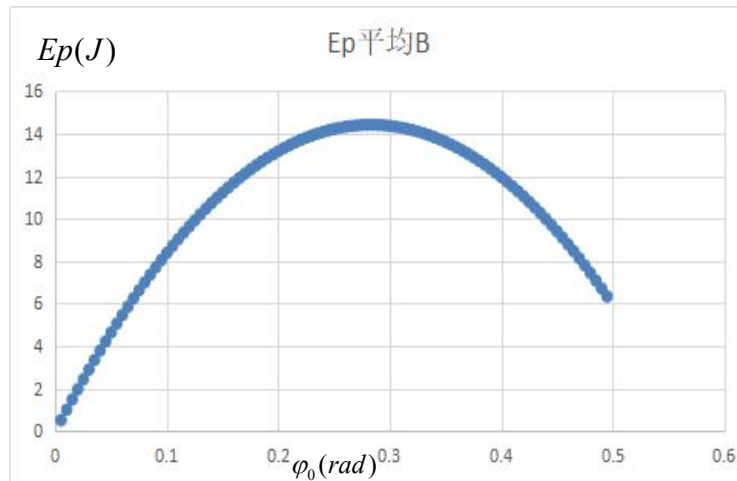


图 4.12 不同的  $\phi_0$  所对应的平均总势能。

通过对于平均能量分析可以发现，在  $\phi_0$  从低到高变化的过程中，动能随之一直变大，而势能则先变大后变小。这是由于晃动幅度加大后，质心会移动到初始位置下方以至于势能减小。

综上所述，适当的左右晃动不仅有助于回收率的提高还有助于减少能量的绝对消耗。而且，体型越胖（宽度厚度与高度的比值大）的两足动物运动时所需要的左右摆动幅度（按回收率最高算）也越大。这也可以说明为什么孕妇或者肥胖的人走路会有明显晃动了。

## 五、总结与展望

本论文研究了企鹅左右摇摆的根本原因，以及它对于运动学的意义。首先我们进行了预实验，得到了初步的实验现象和理解。并将企鹅的运动分解为左右摆动和向前摆动两个模式。随后，我们建立了刚体运动学理论模型，解析得出其不同参数下对应的运动学轨迹，能量以及能量回收率和绝对能量消耗等参数。为了验证理论模型，我们搭建了平民化但十分实用的实验平台，进行数据采集和分析。通过和理论模型的对比，我们验证了理论模型的正确性。同时，我们发现合理的摆动能够有效地增加能量利用率，并降低能量消耗率。最后，我们将该模型进行了推广，并对不同体型的动物行为进行了预测。

**我们研究的创新主要集中在以下五点：**

- 1: 明确了企鹅走路晃动的真正原因是短腿和固定间距。
- 2: 建立了完备的刚体运动学模型，定量分析了企鹅走路中两个维度的转动。
- 3: 搭建了合理的实验测量体系，利用手机等常用设备完成了高效的数据采集，并与理论结果相互验证。
- 4: 在能量回收率的基础上，进一步提出了能量消耗率的概念。使得研究的范畴从一维相图升级为二维相图，这使得运动学的描述更为精准。在此基础上，探究高能量回收率、低能量消耗率的适用参数。
- 5: 我们发现，企鹅或其他动物通过摇晃，不仅有利于提高能量回收率，更能够降低能量消耗率。这也可以认为是“物竞天择，适者生存”的物理证明。

最后，我们的研究成果可以用于说明为何孕妇或者肥胖的人走路会有所晃动。而且对于一个需要左右晃动来运动的动物，我们可以用我们的模型来推测其最佳晃动幅度。同时，这种晃动的思路还可以运用到机器人领域，来使机器人节省能量。

## 参考文献

[1] 科普中国-企鹅走路为什么会摇摇晃晃？

[https://www.kepuchina.cn/more/202102/t20210203\\_2964436.shtml](https://www.kepuchina.cn/more/202102/t20210203_2964436.shtml)

[2] Griffin, T., Kram, R. Penguin waddling is not wasteful. *Nature* **408**, 929 (2000). <https://doi.org/10.1038/35050167>

[3] Timothy M. Griffin, Neil A. Tolani, and Rodger Kram. Walking in simulated reduced gravity: mechanical energy fluctuations and exchange. *Journal of Applied Physiology* 1999 86:1, 383-390  
<https://journals.physiology.org/action/showCitFormats?doi=10.1152%2Fjappl.1999.86.1.383>

## 致谢:

在此论文即将完成之际,我们衷心感谢指导老师南京大学的王思慧教授和熊波博士。王教授从题目的选择、理论模型的设计、实验方法及数据采集、论文写作指导等各方面给予了我们很大的鼓励,督促及帮助。王教授和熊博士定期召集我们参与研究讨论,论文解读及实验;当我们遇到困难时,两位恩师引导我们解决问题或尝试新的思路。王教授在物理及数学方面渊博的知识,亲切谦和的教导,及对实验研究严谨的态度,时常打动我们在研究课题上进行进一步的探索。熊博士耐心地给出我们指导意见和亲切的关怀,以及帮助我们学习实验数据处理软件的引用和实践也成为研究中必不可缺的部分。

我们三位学生在进行课题的研究过程中紧密的合作,研究的热情促使我们按计划地完成了课题研究和论文写作。朱敏轩同学负责理论模型的建立及公式推导,李仕嘉同学负责实验设计,组织实施及数据处理分析,陆致融负责课题实验结论分析拓展,及数据处理。在论文的撰写过程中,我们三位同学完成了自己的部分,朱敏轩同学还完成了论文的汇总。

## 团队成员信息：

姓名：朱敏轩 性别：男

学校：南京市金陵中学 年纪：高二

简介：对物理及理科放面充满兴趣，数理化成绩优秀，有着丰富的物理知识。

2021年英国牛顿物理思维挑战赛银奖

2021年加拿大化学奥林匹克竞赛（CCC）铜奖

2021年参加阿思丹 XLAB 新能源活动

姓名：李仕嘉 性别：男

学校：南京市金陵中学 年级：高三

简介：擅长机器人编程以及结构搭建，能够使用java, c++等语言，有不错的人文素养，对物理学科及计算机学科有浓厚的兴趣。

两项专利拥有者

2021年江苏省科技创新大赛培源奖(冠军)

2019年VEX机器人亚洲锦标赛全能奖/高中组亚军

2020/2021 计算届学科英才计划学员，2020优秀学员

2021ARML Math Competition 银奖，全国前100

2018世界机器人奥林匹克竞赛金牌/铜牌

姓名：陆致融 性别：男

学校：南京市金陵中学 年级：高二

简介：具有较强的数学、物理和计算机能力，擅长数据分析。

2021年AMC10全球前5%

2021年美国数学大联盟全球前8%

2021年英国物理思维挑战赛金奖

2021年Physics Bowl物理杯银奖

2018，2019年“时代杯”数学邀请赛“一等奖”

2021年VEX机器人大赛中国区一等奖

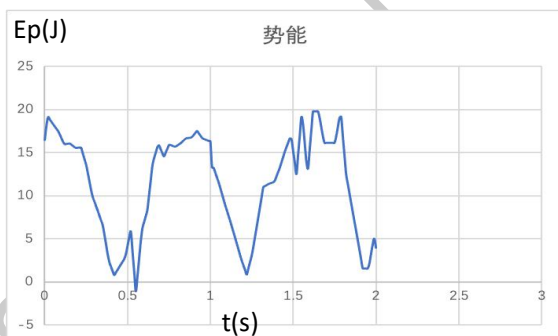
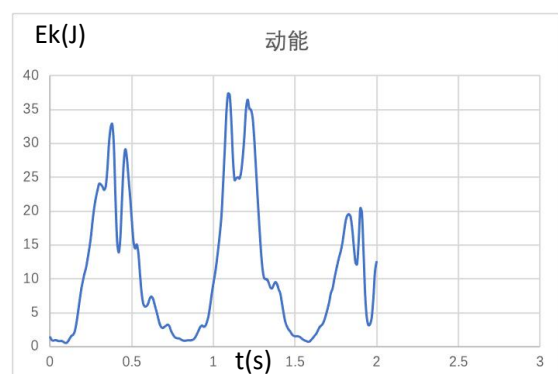
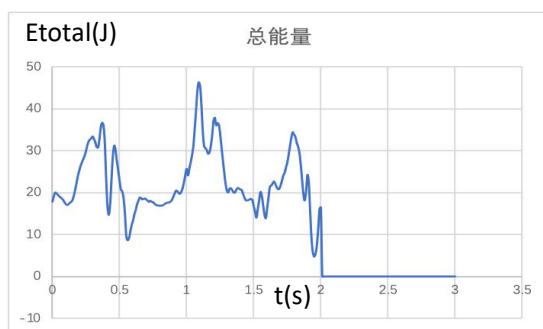




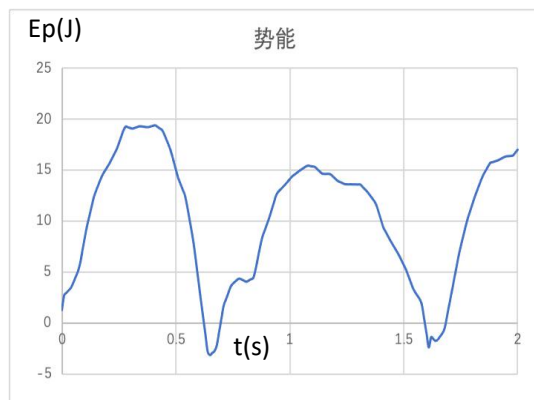
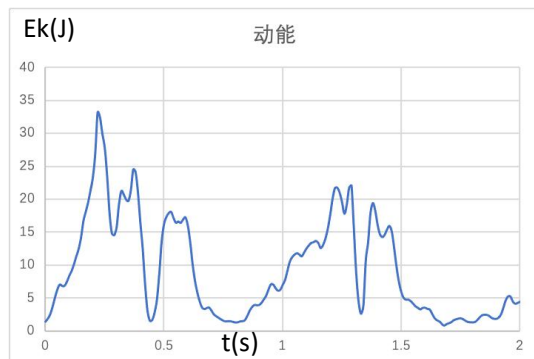
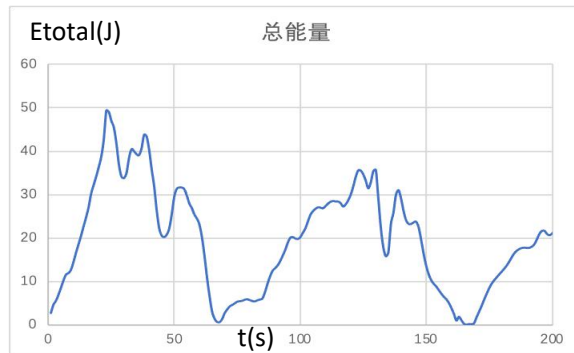
## 更多的实验数据:

我们改变不同的数据进行了多次实验,在本文正文部分的实验为最终选取的控制变量实验数据。以下是其他几组不同参数的实验数据:

$$m = 80\text{kg}, a = 0.2\text{m}, b = 0.1\text{m}, c = 0.9\text{m}, f = 0.662\text{Hz}, \theta_0 = 0.349\text{rad}, \varphi_0 = 0.174\text{rad}$$



$$m = 80\text{kg}, a = 0.2\text{m}, b = 0.1\text{m}, c = 0.9\text{m}, f = 0.565\text{Hz}, \theta_0 = 0.349\text{rad}, \varphi_0 = 0.174\text{rad}$$



### 视频资料:

视频 1:企鹅走路摇摆视频

视频 2:人学企鹅走路视频